


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Карамышев Виктор Николаевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 26.02.2025 16:01:17
Уникальный программный ключ:
a69eb4eda2529afde6957b019c031b0523b98d88

Администрация Курской области

Государственное образовательное автономное учреждение
высшего образования Курской области
«Курская академия государственной и муниципальной службы»

Кафедра философии, социально-правовых и естественнонаучных дисциплин

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по
учебно-методическому
обеспечению

Никитина Е.А.
(подпись, ФИО)
« 11 » 08 2021 г.

Теория вероятностей и математическая статистика

Методические рекомендации для самостоятельной работы, в том числе для подготовки к практическим занятиям, студентов направления подготовки 38.03.01 Экономика очной, очно-заочной форм обучения

Курск 2021

ПРЕДИСЛОВИЕ

Методические рекомендации разработаны с целью оказания помощи студентам направления подготовки 38.03.01 Экономика очной и очно-заочной форм обучения при самостоятельной подготовке к занятиям по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

Методические рекомендации разработаны в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования направления подготовки 38.03.01 Экономика, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 954 от 12 августа 2020 года.

Предлагаемые методические рекомендации содержат перечень теоретических тем и задания для самопроверки, которые необходимо выполнить при самостоятельной подготовке к каждому занятию.

К темам приводится список литературы, в котором можно найти ответы на поставленные вопросы теории дисциплины.

по освоению дисциплины

Основными видами аудиторной работы студента при изучении дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются лекции и практические занятия. Студент не имеет права пропускать занятия без уважительных причин.

На лекциях излагаются и разъясняются основные понятия темы, связанные с ней теоретические и практические проблемы, даются рекомендации для самостоятельной работы. В ходе лекции студент должен внимательно слушать и конспектировать материал.

Изучение наиболее важных тем или разделов дисциплины завершают практические занятия, которые обеспечивают контроль подготовленности студента; закрепление учебного материала; приобретение опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, в том числе аргументации и защиты выдвигаемых положений и тезисов.

Практическому занятию предшествует самостоятельная работа студента, связанная с освоением материала, полученного на лекциях, и материалов, изложенных в учебниках и учебных пособиях, а также литературе, рекомендованной преподавателем.

По согласованию с преподавателем или по его заданию студенты готовят рефераты по отдельным темам дисциплины, выступают на занятиях с докладами. Основу докладов составляет, как правило, содержание подготовленных студентами рефератов.

Качество учебной работы студентов преподаватель оценивает по результатам тестирования, собеседования, решению ситуационных задач и кейсов, а также по результатам докладов.

Преподаватель уже на первых занятиях объясняет студентам, какие формы обучения следует использовать при самостоятельном изучении дисциплины: конспектирование учебной литературы и лекции, составление словарей понятий и терминов и т. п.

В процессе обучения преподаватели используют активные формы работы со студентами: чтение лекций, привлечение студентов к творческому процессу на лекциях, отработку студентами пропущенных лекций, участие в групповых и индивидуальных консультациях (собеседовании). Эти формы способствуют выработке у студентов умения работать с учебником и литературой. Изучение литературы составляет значительную часть самостоятельной работы студента. Это большой труд, требующий усилий и желания студента. В самом начале работы над книгой важно определить цель и направление этой работы. Прочитанное следует закрепить в памяти. Одним из приемов закрепления освоенного материала является конспектирование, без которого немислима серьезная работа над литературой. Систематическое конспектирование помогает научиться правильно, кратко и четко излагать своими словами прочитанный материал.

Самостоятельную работу следует начинать с первых занятий. От занятия к занятию нужно регулярно прочитывать конспект лекций, знакомиться с соответствующими разделами учебника, читать и конспектировать литературу по каждой

теме дисциплины. Самостоятельная работа дает студентам возможность равномерно распределить нагрузку, способствует более глубокому и качественному освоению учебного материала. В случае необходимости студенты обращаются за консультацией к преподавателю по вопросам дисциплины с целью освоения и закрепления компетенций.

Основная цель самостоятельной работы студента при изучении дисциплины - закрепить теоретические знания, полученные в процессе лекционных занятий, а также сформировать практические навыки самостоятельного анализа особенностей дисциплины.

Задания для самопроверки

Тема № 1 Предмет теории вероятностей. Виды случайных явлений: события, величины, процессы. Способы их изучения: аксиоматический и эмпирический подходы.

Вопросы для самопроверки

1. Испытание, элементарный исход, исход испытания, событие.
2. Достоверное событие, невозможное событие, случайное событие.
3. Совместные события, несовместные события, равносильные события, равновозможные события, единственно возможные события.
4. Полная группа событий, противоположные события.
5. Элементарное событие, составное событие.
6. Сумма нескольких событий, произведение нескольких событий. Их геометрическая.

Вопросы дискуссии

1. Теорема о конечных множествах
2. Перестановки, размещения и сочетания с повторениями
3. Действия над событиями
4. Свойства операций объединения и пересечения

Тестовые задания

1. Если появление одного из событий исключает появление других событий в одном и том же испытании, то такие события называются?
а) несовместными б) совместными в) равновозможными г) достоверными
2. Если события образующие полную группу попарно несовместны, то в результате испытания появится?
а) два события одновременно б) одно и только одно из этих событий в) может появиться одно из них или оба одновременно г) появятся несколько событий входящие в группу
3. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета взятых по 2?
а) 12 б) 15 в) 30 г) 10
4. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 2,3,4 если каждая цифра входит один раз?
а) 6 б) 12 в) 8 г) 4

5. Свойство устойчивости – это свойство, которое состоит в том, что?
- а) в различных опытах относительная частота изменяется мало, колеблясь около некоторого постоянного числа б) в различных опытах относительная частота остается постоянной в) в различных опытах относительная частота изменяется скачкообразно по определенному закону г) в различных опытах относительная частота остается неизменной при одинаковых сериях испытаний
6. Достаточно малую вероятность, при которой (в данной определенной задаче) событие можно считать практически невозможным, называют?
- а) уровнем статичности б) уровнем невозможности в) уровнем практичности г) уровнем значимости
7. В партии из 10 деталей 2 бракованные. Найти вероятность того, что из двух наудачу выбранных деталей хотя бы одна окажется стандартной?
- а) 44/45 б) 20/45 в) 24/45 г) 22/45
8. Условной вероятностью события В при условии, что событие А с ненулевой вероятностью произошло, называется:
- а) $p(B/A) = p(AB) / p(B)$, б) $p(B/A) = p(AB) p(A)$, в) $p(B/A) = p(AB) / p(A)$, г) $p(B/A) = p(A) / p(AB)$
- 9 Стрелок попадает в цель в среднем в 8 случаях из 10. Найдите вероятность, что, сделав три выстрела, он два раза попадет:
- а) 0.314 б) 0.324 в) 0.384 г) 0,364
10. Если появление одного из событий не исключает появления другого в одном и том же испытании, то такие события называются
- а) совместными;
 б) несовместными;
 в) зависимыми;
 г) независимыми.

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача 1. Карточки вынимают случайным образом по одной и располагают в ряд. Найти вероятность того, что: а) на первых четырех вынутых карточках можно будет прочитать слово КВАС; б) если разложить в ряд все шесть карточек, то можно будет прочитать слово МОСКВА.

Задача 2. В корзине 15 плодов, из которых 5 поражены болезнью. Из корзины наудачу берут 4 плода. Какова вероятность того, что: а) все взятые плоды будут здоровы; б) только 3 плода из 4 окажутся здоровыми?

Задача 3. Из колоды карт (36 карт) наудачу вынимают 3 карты. Найти вероятность того, что среди них окажется только один туз.

Задача 4. Три стрелка стреляют по мишени. Предполагается, что события попадания в мишень для стрелков независимы и вероятности их соответственно равны 0,9; 0,8; 0,7. Какова вероятность того, что: а) все три выстрела окажутся успешными? б) хотя бы один выстрел успешный? в) только один выстрел окажется успешным?

Задача 5. Из 30 экзаменационных билетов студент подготовил 25. Если он отказывается отвечать по первому взятому билету (которого он не знает), то ему разрешается взять второй. Найти вероятность успешной сдачи экзамена, если для этого студент должен ответить на первый билет, или, не ответив на первый, обязательно ответить на второй

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Что изучает теория вероятностей?
2. Дайте определения случайного, невозможного, достоверного событий. Приведите примеры.
3. Дайте определение противоположных событий. Приведите примеры.
4. Какие события называются несовместными. Приведите примеры.
5. Что такое комбинаторика? Сформулируйте комбинаторный принцип «умножения».
6. Что такое вероятность. Можно ли охарактеризовать вероятностью: случайный эксперимент, пространство элементарных событий, событие?
7. Сформулируйте классическое определение вероятности и свойства вероятности.
8. Какие два события называются взаимно независимыми. Как записать условие их взаимной независимости.
9. В чем состоит биномиальная схема испытаний Бернулли.
10. Что такое биномиальный коэффициент. Что он показывает в формуле вероятности биномиального распределения.

Тема № 2. Случайные события

Вопросы для самопроверки

1. Достоверные, невозможные, случайные события.
2. Совместные и несовместные события.
3. Зависимые и независимые события.
4. Противоположные события.
5. Полная группа событий.
6. Скалярное произведение векторов.
7. Векторное и смешанное произведение векторов.

Тестовые задания

1. Совокупность несовместных событий таких, что в результате опыта должно произойти хотя бы одно из них называются:
 - а) неполной системой событий б) полной системой событий в) целостной системой событий г) не целостной системой событий.
2. Вероятность суммы двух несовместных событий A и B вычисляется по формуле
 - а) $P(A+B) = P(A) + P(B)$ б) $P(A+B) = P(A \cap B) - P(A) + P(B)$ в) $P(A+B) = P(A) + P(B) + P(A \cap B)$ г) $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
3. Если наступление события B не оказывает никакого влияния на вероятность наступления события A , и наоборот, наступление события A не оказывает ни какого влияния на вероятность наступления события B , то события A и B называются:
 - а) несовместными б) независимыми в) невозможными г) зависимыми.
4. В классе 20 человек. Из них 5 отличников, 9 хорошистов, 3 имеют тройки и 3 имеют двойки. Какова вероятность того, что выбранный случайно ученик либо хорошист, либо отличник?
 - а) $\frac{1}{4}$ б) $\frac{9}{20}$ в) $\frac{7}{10}$ г) $\frac{3}{10}$.
5. В двух коробках находятся карандаши одинаковой величины и формы. В первой коробке: 5 красных, 2 синих и 1 черный карандаш. Во второй коробке: 3 красных, 1 синий и 2 желтых. Наудачу извлекают по одному карандашу из каждой коробки. Какова вероятность того, что оба карандаша будут синими?

а) $\frac{2}{13}$ б) $\frac{1}{24}$ в) $\frac{3}{14}$ г) $\frac{1}{15}$

6. Совокупность несовместных событий таких, что в результате опыта должно произойти хотя бы одно из них называются

а) неполной системой событий б) полной системой событий в) целостной системой событий г) не целостной системой событий.

7. Из слова «математика» выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что эта буква «а»?

а) $\frac{1}{10}$; б) $\frac{2}{10}$ в) $\frac{3}{10}$ г) $\frac{4}{10}$

8. Под случайным событием, связанным с некоторым опытом, понимается всякое событие, которое при осуществлении этого опыта

а) не может произойти б) либо происходит, либо нет в) обязательно произойдет г) произойдет при определенных условиях.

9. Если полная система состоит из 2-х несовместных событий, то такие события называются

а) противоположными б) несовместными в) невозможными г) равносильными.

10. Вероятность произведения двух независимых событий А и В вычисляется по формуле

А) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A)$;

Б) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$;

В) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(A) \cdot P(B)$;

Г) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача 1. Фотограф взял с собой две плёнки, причем вероятность получения качественного негатива у одной 0,3, а у другой 0,8. Найти вероятность получения хорошего изображения, если фотограф зарядил аппарат на удачу выбранной плёнкой.

Задача 2. Заяц проникает на огород, в котором находятся три овощехранилища. В первом 10 кочанов капусты и 10 морковин, во втором - столько же капусты и на пять морковин меньше, в третьем – капусты меньше в два раза, а моркови столько же, сколько и в первом овощехранилище. Какова вероятность того, что случайно съеденный овощ будет морковью.

Задача 3. На картофельном поле работают три студенческие бригады. В первой бригаде 22 студента, во второй – 18, в третьей – 20. Вероятность выполнения плана первой бригадой – 0,8, второй – 0,7, третьей – 0,9. Найти вероятность того, что: а) наудачу выбранный студент является членом бригады, которая выполнила план; б) наудачу выбранный студент является членом первой бригады, при условии, что он является членом бригады, которая выполнила план.

Задача 4. Все грани игральной кости заклеивают разноцветной бумагой. 1-3-красной, 4-6-черной. При бросании кости выпала черная грань. Найти вероятность того, что на этой грани четное число.

Задача 5. Монета номиналом в одну копейку имеет диаметр 1,5 см. Монету бросают на шахматную доску, при этом вероятность попадания на нее равна единице. Клетка доски имеет квадратную форму со стороной 2см. Какова вероятность того, что копейка попадет ровно в клетку шахматной доски (разметку доски не учитывать).

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Дайте определение случайной величины. Приведите примеры.
2. Какие случайные величины называются дискретными?
3. Какие случайные величины называются непрерывными?
4. Дайте определение функции распределения. Каковы ее свойства.

Тема № 3. Одномерные случайные величины

Вопросы для самопроверки

1. Случайная величина.
2. Дискретная и непрерывная случайная величина.
3. Закон распределения случайной величины.
4. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
5. Плотность распределения вероятностей (дифференциальная функция распределения)

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача 1. Вероятность нормального расхода электроэнергии в некотором районе города равна 0,6. а) Составить закон распределения случайной величины X – числа дней нормального расхода электроэнергии в ближайшие 4 дня; б) найти интегральную функцию распределения случайной величины X и построить ее график; в) найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение X .

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Чему равна вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в заданную точку?
2. Может ли равняться нулю вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в заданный промежуток?
3. Дайте определение числовой характеристики случайной величины.
4. Что характеризует математическое ожидание случайной величины.
5. Что характеризует дисперсия случайной величины.
6. Что такое мода и медиана непрерывной случайной величины.

Тема № 4. Многомерные случайные величины

Вопросы для самопроверки

1. Определение многомерной случайной величины и закон ее распределения.
2. Система двух дискретных случайных величин, числовые характеристики системы, корреляционный момент, коэффициент корреляции и его свойство.
3. Функция распределения вероятностей и плотность вероятностей системы, их свойства.
4. Числовые характеристики системы двух непрерывных случайных величин. Условные законы распределения и их числовые характеристики.
5. Система n случайных величин, числовые характеристики системы, корреляционная матрица, нормированная корреляционная матрица.

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача 1. Идет игра в дартс. Вероятность попадания в центр для участника А-0,8, В-0,7. Всего пять попыток. Составить законы распределения числа попаданий для обоих игроков, если первым кидает игрок А, а также закон распределения общего числа попаданий.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Что такое стандартное нормальное распределение?
2. Является ли распределение Пуассона дискретным или непрерывным?
3. Дайте определение независимости двух случайных величин.
4. Что такое коэффициент корреляции.
5. Сформулируйте свойства коэффициента корреляции.
6. Что легче интерпретировать: ковариацию или корреляцию? Почему?

Тема № 5. Предельные теоремы теории вероятностей

Вопросы для самопроверки

1. Неравенство Чебышева и его значение.
2. Теорема Чебышева.
3. Теорема Бернулли.
4. Центральная предельная теорема теории вероятностей (теорема Ляпунова) и её использование в математической статистике.

Вопросы дискуссии

1. Закон больших чисел в форме Чебышева
2. Предельная (интегральная) теорема Муавра–Лапласа
3. Характеристические функции

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача 1. Идёт игра в дартс. Вероятность попадания в центр для участника А-0,8, В-0,7. Всего пять попыток. Составить законы распределения числа попаданий для обоих игроков, если первым кидает игрок А, а также закон распределения общего числа попаданий.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Перечислите известные Вам непрерывные распределения.
2. О чем гласит закон больших чисел?
3. В чем суть центральной предельной теоремы?

Тема № 6. Математическая статистика

Вопросы для самопроверки

1. Основные понятия математической статистики
2. Основные понятия выборочного метода
3. Выборочное распределение
4. Эмпирическая функция распределения, гистограмма

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача 1. Согласно американским статистическим таблицам смертности, вероятность того, что 25-летний человек проживет еще один год, равна 0,992 (следовательно, вероятность того, что он умрет, равна 0,008). Страховая компания предлагает такому человеку застраховать свою жизнь на год на сумму 1000\$; страховой взнос равен 10\$. Найти математическое ожидание прибыли компании.

Задача 2. Случайная величина X – время полёта пассажирского самолёта из пункта А в пункт В. Величина X имеет распределение от 10 мин до 40 мин. Найти математическое ожидание, дисперсию, вероятность того, что полёт займёт более 20 мин и менее 18 мин.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Сформулируйте основные задачи математической статистики.
2. Что такое генеральная совокупность.
3. Что такое выборка. Какие требования предъявляются к выборке.
4. Как изобразить графически сгруппированные данные.
5. Как построить график выборочной функции распределения.
6. Как построить гистограмму. Что она характеризует?
7. Что такое относительная частота события.
8. Чем относительная частота отличается от вероятности события.
9. Дайте определение точечной оценки параметра распределения или числовой характеристики распределения
10. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей двух биномиальных распределений
11. Проверка значимости коэффициента корреляции

Тема № 7. Случайные процессы

Вопросы для самопроверки

1. Моменты функции случайных процессов.
2. Марковский СП, с дискретным состоянием.
3. Процессы гибели и размножения.
4. Стационарные случайные процессы.
5. Пуассоновский процесс.
6. Цепи Маркова.

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача 1. Предлагаются следующие правила игры: если играющий достанет из полного набора домино фишку, сумма очков на которой равна 3, 6 или 9, то получит приз в размере 9, 6 или 3 у.е. соответственно. В противном случае он отдает 2 у.е. Стоит ли соглашаться на игру?

Задача 2. Человеку предлагают сыграть в игру, заключающуюся в том, что из колоды в 36 карт достают две карты по одной и возвращают обратно. Выигрыш, номиналом в 4\$ происходит тогда, когда появляется хотя бы один козырь. За игру человек платит 2\$. Выгодно ли это?

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Основные требования, предъявляемые к точечным оценкам.
2. Свойства выборочной оценки математического ожидания?
3. Свойства выборочной оценки дисперсии.
4. Методы получения точечных оценок параметров.
5. Интервальная оценка параметра.
6. Связь между надежностью интервальной оценки и уровнем значимости.
7. Точность интервальной оценки параметра.
8. Квантили нормального распределения.
9. Определение и примеры статистических гипотез.
10. Уровень значимости.
11. Ошибка первого рода, ошибка второго рода.

12. Общую схему проверки статистических гипотез.
13. Односторонняя и двусторонняя критические области.
14. Проверка статистической гипотезы с помощью доверительного интервала.

Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины

Основная учебная литература

1. Колемаев, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. А. Колемаев, В. Н. Калинина ; под редакцией В. А. Колемаев. — 2-е изд. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 352 с. — ISBN 5-238-00560-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/71075.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Щербакова, Ю. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Ю. В. Щербакова. — 2-е изд. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1786-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/81056.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Дополнительная литература

1. Завьялов, О. Г. Теория вероятностей и математическая статистика с применением Excel и Maxima : учебное пособие / О. Г. Завьялов, Ю. В. Подповетная. — Москва : Прометей, 2018. — 290 с. — ISBN 978-5-907003-44-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94548.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Гриднева, И. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / И. В. Гриднева, Л. И. Федулова, В. П. Шацкий. — Воронеж : Воронежский Государственный Аграрный Университет им. Императора Петра Первого, 2017. — 165 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/72762.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва : Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Ресурсы информационно - телекоммуникационной сети «Интернет», необходимые для освоения дисциплины

- 1 <http://statistica.ru/theory> - Интеллектуальный Портал Знаний (теория вероятностей и мат. статистика)
- 2 <http://mechmath.ipmnet.ru/lib> - Механика и прикладная математика
- 3 <http://www.calc.ru/video-po-teorii-veroyatnostey.html> - Видеоуроки по теории вероятностей.