Администрация Курской области

Государственное образовательное автономное учреждение
высшего образования Курской области
«Курская академия государственной и муниципальной службы»

Кафедра философии, социально-правовых и естественнонаучных дисциплин

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по
учебно-методическому
обеспечению
_____________Никитина Е.А.
(подпись, ФИО)
«_31_»_____08_____ 2021 г.

Высшая математика

Методические рекомендации для самостоятельной работы, в том числе для подготовки к практическим занятиям, студентов направления подготовки
38.03.01 Экономика
очной, очно-заочной форм обучения

Курск 2021

ПРЕДИСЛОВИЕ

Методические рекомендации разработаны с целью оказания помощи студентам направления подготовки 38.03.01 Экономика очной и очно-заочной форм обучения при самостоятельной подготовке к занятиям по дисциплине «Высшая математика».

Методические рекомендации разработаны в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования направления подготовки 38.03.01 Экономика, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 954 от 12 августа 2020 года.

Предлагаемые методические рекомендации содержат перечень теоретических тем и задания для самопроверки, которые необходимо выполнить при самостоятельной подготовке к каждому занятию.

К темам приводится список литературы, в котором можно найти ответы на поставленные вопросы теории дисциплины.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Основными видами аудиторной работы студента при изучении дисциплины «Высшая математика» являются лекции и практические занятия. Студент не имеет права пропускать занятия без уважительных причин.

На лекциях излагаются и разъясняются основные понятия темы, связанные с ней теоретические и практические проблемы, даются рекомендации для самостоятельной работы. В ходе лекции студент должен внимательно слушать и конспектировать материал.

Изучение наиболее важных тем или разделов дисциплины завершают практические занятия, которые обеспечивают контроль подготовленности студента; закрепление учебного материала; приобретение опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, в том числе аргументации и защиты выдвигаемых положений и тезисов.

Практическому занятию предшествует самостоятельная работа студента, связанная с освоением материала, полученного на лекциях, и материалов, изложенных в учебниках и учебных пособиях, а также литературе, рекомендованной преподавателем.

По согласованию с преподавателем или по его заданию студенты готовят рефераты по отдельным темам дисциплины, выступают на занятиях с докладами. Основу докладов составляет, как правило, содержание подготовленных студентами рефератов.

Качество учебной работы студентов преподаватель оценивает по результатам тестирования, собеседования, решению ситуационных задач и кейсов, а также по результатам докладов.

Преподаватель уже на первых занятиях объясняет студентам, какие формы обучения следует использовать при самостоятельном изучении дисциплины: конспектирование учебной литературы и лекции, составление словарей понятий и терминов и т. п.

В процессе обучения преподаватели используют активные формы работы со студентами: чтение лекций, привлечение студентов к творческому процессу на лекциях, отработку студентами пропущенных лекций, участие в групповых и индивидуальных консультациях (собеседовании). Эти формы способствуют выработке у студентов умения работать с учебником и литературой. Изучение литературы составляет значительную часть самостоятельной работы студента. Это большой труд, требующий усилий и желания студента. В самом начале работы над книгой важно определить цель и направление этой работы. Прочитанное следует закрепить в памяти. Одним из приемов закрепления освоенного материала является конспектирование, без которого немыслима серьезная работа над литературой. Систематическое конспектирование помогает научиться правильно, кратко и четко излагать своими словами прочитанный материал.

Самостоятельную работу следует начинать с первых занятий. От занятия к занятию нужно регулярно прочитывать конспект лекций, знакомиться с соответствующими разделами учебника, читать и конспектировать литературу по каждой теме дисциплины. Самостоятельная работа дает студентам возможность равномерно распределить нагрузку, способствует более глубокому и качественному освоению учебного материала. В случае необходимости студенты обращаются за консультацией к преподавателю по вопросам дисциплины с целью освоения и закрепления компетенций.

Основная цель самостоятельной работы студента при изучении дисциплины - закрепить теоретические знания, полученные в процессе лекционных занятий, а также сформировать практические навыки самостоятельного анализа особенностей дисциплины.

Задания для самопроверки

Тема № 1 Матрицы и определители. Решение систем линейных уравнений

Вопросы для самопроверки

1. Алгебраические операции над матрицами. Определители второго, третьего и n - го порядков.
2. Основные сведения о матрицах. Действия над матрицами.
3. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.
4. Обратная матрица. Ранг матрицы.
5. Системы линейных алгебраических уравнений, исследование на совместность

Вопросы дискуссии

1. Размерностью матрицы
2. Теорема Лапласа
3. Теорема аннулирования
4. Элементарным преобразованиям матрицы

Тестовые задания

Укажите все варианты правильных ответов

1. Матрицы Аи В равны, если:

а) количества элементов матриц А и В совпадают б) размеры матриц А и В совпадают в) все соответствующие элементы матриц А и В равны г) определители матриц А и В равны д) матрицы А и В симметричные

2. Укажите свойства определителей:

а) определитель матрицы равен нулю, если все элементы какой-либо ее строки (столбца) равны нулю б) определитель не изменится, если к элементам некоторой строки (столбца) матрицы прибавить соответствующие элементы другой ее строки (столбца), умноженные на любое число в) определитель не изменится, если транспонировать матрицу г) при перестановке двух строк (столбцов) матрицы определитель поменяет знак д) определитель диагональной матрицы равен произведению всех ее диагональных элементов.

3. Установите соответствие

ОПЕРАЦИЯ	ДЕЙСТВИЕ
1) сложение матриц;	а) умножение всех элементов матрицы на число;
	б) умножение одной из строк матрицы на число;
2) вычитание матриц;	в) сложение соответствующих элементов матриц;
	г) вычитание соответствующих элементов матриц;
3) умножение матрицы на число.	д) умножение одного из столбцов матрицы на число.

4. Укажите соответствием между действиями над матрицами и результатом

$$A=\begin{bmatrix}4 & 5\\ 2 & 1\\ 3 & -2\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\\ 0 & 2\end{bmatrix}\ \text{и}\ C=\begin{bmatrix}4 & 3\\ 8 & -5\\ 1 & 0\end{bmatrix};$$

ДЕЙСТВИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
1) A+C; 2) 2B-A; 3) 2C+3B	а) $\begin{bmatrix}-2 & -1\\ 6 & 5\\ -3 & 6\end{bmatrix}$; б) $\begin{bmatrix}-3 & -3\\ 2 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}$; в) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 4 & -2\\ -6 & 20\end{bmatrix}$; г) $\begin{bmatrix}8 & 8\\ 10 & -4\\ 4 & -2\end{bmatrix}$; д) $\begin{bmatrix}11 & 12\\ 28 & -1\\ 2 & 6\end{bmatrix}$.

5. Установите соответствие

$$A=\begin{bmatrix}4 & 3 & 5\\ 2 & 0 & 3\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}4 & 0\\ 1 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}\ \text{и}\ D=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & -1\end{bmatrix};$$

ДЕЙСТВИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
1) B·A; 2) D·A; 3) 2A·B.	а) $\begin{bmatrix}68 & 2\\ 18 & 6\\ -10 & -2\end{bmatrix}$; б) $\begin{bmatrix}8 & 3 & 11\\ 14 & 12 & 17\end{bmatrix}$; в) $\begin{bmatrix}68 & 2\\ 34 & -6\end{bmatrix}$; г) $\begin{bmatrix}34 & 1\\ 17 & -3\end{bmatrix}$; д) $\begin{bmatrix}16 & 12 & 20\\ 8 & 3 & 11\\ 10 & 9 & 12\end{bmatrix}$.

6. Установите соответствие для матрицы $A=\begin{bmatrix}3 & -1\\ 2 & 1\end{bmatrix}$:

ДЕЙСТВИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
1) $-A^T$; 2) A^{-1}; 3) A^2.	

	РЕЗУЛЬТАТ а) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$; б) $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$; в) $\begin{bmatrix} 0,2 & 0,2 \\ -0,4 & 0,6 \end{bmatrix}$; г) $\begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$; д) $\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$.

7. Дана система уравнений $\begin{cases} 3x-4y+z=0, \\ 2x+y-3z-5=0, \\ x-2y+z=0. \end{cases}$ установите соответствие

ХАРАКТЕРИСТИКИ	ЗНАЧЕНИЯ
1) определитель основной матрицы системы; 2) количество решений системы.	а) 0; б) 1; в) 2; г)3; д) бесконечное множество

Выберите один ответ:

8. Сумма модулей всех значений переменных, которые образуют решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3+x_4=7, \\ x_1-3x_2+5x_3-2x_4=4, \\ x_1+5x_2-x_3+2x_4=-2, \\ 5x_1+x_2+4x_3-5x_4=-7, \end{cases}$$ равна:

а) 2;
б) 8;
в) 28;
г) 4;
д) 0.

9. Если система линейных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3+x_4=4, \\ x_1+x_2-9x_3+8x_4=25, \\ 4x_1+6x_2+x_3-2x_4=-3, \\ 2x_1+3x_2+9x_3-x_4=-10, \end{cases}$$

то произведение всех значений переменных, которые образуют ее решение, равно :
а) 2 б) 1 в) 4 г) 3

10. Если система линейных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} 4x_1-3x_2+2x_3+x_4=2, \\ 3x_1-2x_2-x_3-3x_4=2, \\ 2x_1-x_2-x_4=2, \\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=16, \end{cases}$$

то абсолютная величина суммы всех значений переменных, которые образуют ее решение, равна _____.

Компетентностно-ориентированные задачи

1. Вычислить $(A-2B^T)\cdot C$, если $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&0\\-2&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1&2&-4\\1&-1&2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&1\\5&3\end{pmatrix}$

2. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix}2&1&3&4\\1&-1&-1&2\\2&-2&-3&1\\5&-2&-1&7\\-2&-1&-2&-1\end{pmatrix}$

3. Решить систему уравнений методом Крамера: $\begin{cases}2x_1+x_2+3x_3=6\\x_1-x_2-x_3=3\\2x_1+2x_2+3x_3=1\end{cases}$

4. Решить систему уравнений матричным методом (с помощью обратной матрицы): $\begin{cases}5x_1-x_2-3x_3=15\\2x_1-x_2+2x_3=1\\x_1-3x_2-3x_3=-3\end{cases}$

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Особенности выполнения операций над матрицами: сложение, вычитание.
2. Умножение матрицы на число, возведение в степень.
3. Умножение матриц.
4. Вычисление определителей боле высоких порядков. Теорема Лапласа.
5. Различные способы нахождения обратной матрицы: метод присоединенной матрицы, метод элементарных преобразований.
6. Различные способы решения систем линейных уравнений: формулы Крамера.
7. Метод Гаусса, метод обратной матрицы.

Задания для самостоятельной работы

Задача: Решить систему линейных уравнений тремя способами

$$\begin{cases}4x_1+7x_2-3x_3=-10,\\2x_1+9x_2-x_3=8,\\-x_1+6x_2-3x_3=3.\end{cases}$$

Задача. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases}2x_1+3x_2+7x_3+x_4+2x_5=1,\\x_1+2x_2+3x_3+2x_4+4x_5=0,\\3x_1+2x_2+x_3+2x_4+4x_5=4,\\4x_1+3x_2+2x_3+3x_4+6x_5=5.\end{cases}$$

Тема № 2. Векторы, основные определения. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов

Вопросы для самопроверки

1. 1. Вектор на плоскости и в пространстве.
2. N-мерный вектор и векторное пространство
3. Действия над векторами.
4. Проекция вектора, длина и направляющие косинусы вектора

5. Скалярное произведение векторов.
6. Векторное и смешанное произведение векторов.

Вопросы дискуссии

1. Векторы, основные определения. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
2. Векторы, основные определения. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов
3. Векторы, основные определения. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов
4. Векторы, основные определения. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов

Тестовые задания

Установите соответствие

1. Основные понятия и определения:

ПОНЯТИЕ	ОПРЕДЕЛЕНИЕ
1) вектор;	а) отрезок, начало и конец которого совпадают; б) направленный отрезок;
2) нуль-вектор;	в) векторы, лежащие в параллельных плоскостях (или в одной плоскости);
3) единичный вектор;	г) вектор, длина которого равна единице; д) векторы, лежащие на параллельных прямых (или на одной прямой);
4) коллинеарные векторы;	е) векторы, лежащие в пересекающихся плоскостях; ж) векторы, лежащие на перпендикулярных прямых
5) компланарные векторы.	

2. Скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{3; 4; 1\}$ и $\vec{в} = \left\{\frac{1}{2}; -2; 1\right\}$ равно:

а) 5 б)-8 в)–5,5 г)–5 .

3. Из векторов $\vec{a}\{3; -1; 1{,}5\}$, $\vec{в}\{-6; 2; -3\}$, $\vec{c}\{-4; 2; 4\}$, $\vec{d}\{2; -1; 0\}$ параллельны:

а) $\vec{a}$ и $\vec{в}$ б) $\vec{a}$ и $\vec{d}$ в) $\vec{a}$ и $\vec{c}$ г) $\vec{в}$ и $\vec{d}$.

4. Линейная комбинация $2a_1 - 3a_2 + 6a_3$ векторов a_1, a_2, a_3, если: $a_1 = (2,1,2,1)$, $a_2 = (-2, -2,3,4)$, $a_3 = (-3,0,0,1)$ равна________

5. Даны вершины треугольника А (−7,4) В(−5,2), С(6, −3). Координаты середин всех сторон треугольника равны ______

6. Даны векторы a = (4,3), b = (2, −1). Вычислить длину вектора a и орт вектора b ____________________

7. Даны векторы a = (4,3), b = (2, −1). При каком α векторы a и m=(α,4) коллинеарны ________________

8. Даны векторы a = (3, −2,4), b = (6, −3,2), c= (2,1, −1). Их векторное произведение равно ______________________

9. Площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b, если: $a = 6\bar{i} + 3\bar{j} - 2k$ и $b = 3\bar{i} - 2\bar{j} + 6k$ равна ____________________

10. Площадь треугольника с вершинами A, B и C и высота BH, если: A(7,3,4), B(1,0,6), C(4,5,−2) соответственно равны ________________

Компетентностно-ориентированные задачи

Даны векторы $\vec{a} = \{1; -2; 2\}$ и $\vec{b} = \{3; 0; -4\}$. Найти площадь параллелограмма, построенного на этих векторах.

2. Вершины треугольника находятся в точках A(-2;4;2), B(-4;0;1) и C(0;2;-1). Найдите площадь этого треугольника.
3. Векторы, и совпадают с ребрами параллелепипеда, выходящими из одной вершины. Найдите объем параллелепипеда и площадь его грани, построенной на векторах и

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Направляющие косинусы
2. Преобразование координат базисных вектор при повороте прямоугольной системы координат
3. Векторное пространство

Задания для самостоятельной работы

Задача. Даны координаты вершин пирамиды A_1 (8; 6; 4), A_2 (10; 5; 5), A_3 (5; 6; 8), A_4 (8; 10; 7). Найти:

1) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;
2) площадь грани $A_1A_2A_3$;
3) объем пирамиды;
4) уравнения прямой A_1A_2 ;
5) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;
6) уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$

Тема № 3. Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве

Вопросы для самопроверки

1. Прямая на плоскости.
2. Метод координат на плоскости.
3. Уравнение линии, уравнение прямой
4. Основные задачи на плоскости.
5. 2. Прямая и плоскость в пространстве

Компетентностно-ориентированные задачи

1. Дан треугольник ABC с вершинами A(6;5), B(5:-4), C(-5;4). Найти:
   1) уравнение прямой AB;
   2) уравнение CN, опущенной из вершины;
   3) уравнение медианы AM, проведенной из вершины A
2.

Дана прямая $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{2}$ и плоскость $\sigma: 2y - z - 11 = 0$. Требуется:

а) доказать, что прямая пересекает плоскость;

б) найти точку пересечения прямой и плоскости;

в) через прямую d провести плоскость ω («омега»), перпендикулярную плоскости σ;

г) найти проекцию прямой d на плоскость σ;

д) найти угол между прямой d и плоскостью σ.

3.

Выяснить взаимное расположение прямой, заданной точкой $M_0(0; 5; -1)$ и направляющим вектором $\bar{p}(3; -2; 4)$, и плоскости $2x - 3y - 3z + 12 = 0$.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Взаимное расположение прямой и плоскости.
2. Координатное пространство. Уравнение поверхности
3. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку параллельно двум неколлинеарным векторам
4. Пучок плоскостей

Задания для самостоятельной работы

Задача. Прямые x-3y+3=0 и 3x+5y+9=0 являются сторонами параллелограмм, а точка P (34; –1) – точкой пересечения его диагоналей. Составить уравнения двух других сторон параллелограмм. Сделать чертеж.

Тема № 4. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола

Вопросы для самопроверки

1. Кривые второго порядка.
2. Поверхности второго порядка.
3. Уравнения эллипса, гиперболы и окружности

Компетентностно-ориентированные задачи

1. Парабола с вершиной в начале координат проходит через точку A(-2;-3) и симметрична относительно оси Ox. Написать ее уравнение, найти фокус и директрису.
2. Определить центр C(x0, y0) и радиус R окружности, заданной алгебраическим уравнением второй степени: 5x2- 10x + 5y2+ 20y - 20 = 0.
3. Доказать, что уравнение x^2 -4x-9y^2 -72y-149=0 определяет гиперболу. Написать уравнения ее асимптот

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Канонический вид кривой второго порядка.
2. Геометрические свойства эллипса
3. Исследование формы параболы по ее уравнению.
4. Геометрические свойства параболы

Задания для самостоятельной работы

Задача. Составить уравнение множества точек, для каждой из которых разность расстояний до точек $A(0,10)$ и $O(0,0)$ равна 8.

Тема № 5. Предел функции. Производная функции

Вопросы для самопроверки

2. Предел функции в точке. Вычисление пределов.
3. Предел функции на бесконечности и в точке.
4. Основные теоремы о пределах.
5. Первый и второй замечательные пределы.
6. Понятие производной.
7. Основные правила дифференциального исчисления.
8. Производная функции. Правила дифференцирования.
8. Производная сложной функции. Дифференциал функции.
9. Дифференцирование функции, заданной неявно и параметрически

Компетентностно-ориентированные задачи

Найти производные

1) $y = 3x^2 - 2x + 1,$ 2) $y = \frac{x^3}{3} - 5x^2 + 4x - 3,$ 3) $y = \frac{3}{\sqrt[3]{x}},$

4) $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + 5x,$ 5) $y = x + 2\sqrt{x} - 3,$ 6) $y = \sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[3]{4},$

7) $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3},$ 8) $y = 4\sqrt[4]{x} - 5\sqrt[5]{x},$ 9) $y = \sqrt{x}\left(x^3 - \sqrt{x} + 1\right),$

10) $y = x^4 + \frac{x^3}{3} - 2.5x^2 + x - 2.$

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Непрерывность функций. Классификация точек разрыва
2. Производные сложной и обратной функции.
3. Логарифмическое дифференцирование.
4. Экстремумы функций нескольких переменных.
5. Глобальные и локальные экстремумы

Задания для самостоятельной работы

Задача. Вычислить пределы.

1) $\lim_{x\to 5} \frac{x^2-7x+10}{x^2-10x+25}$ 4) $\lim_{x\to -3} \frac{\sqrt{1-x}-2}{4-\sqrt{1-5x}}$

2) $\lim_{x\to \infty} \frac{x^2-3x+4}{2x^3+5x-1}$ 5) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x^2}$

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{4x+1}{4x-3}\right)^{1-2x}$

Задача. Исследовать функцию на непрерывность. Определить тип точек разрыва. Построить график функции.

$$y=\begin{cases} -2x, & x < -1 \\ x^2+1, & -1 \le x \le 2. \\ x-1, & x > 2 \end{cases}$$

Задача. Найти производную функции $y = -\frac{5}{4x-3}$, используя определение производной

Задача. Найти производные первого порядка, используя правила нахождения производных.

a) $y = \frac{3x-1}{\sqrt[3]{x^3+9x-1}}$

b) $y = (5^{tg2x} - x^2)^3$

c) $y = \ln arccos\frac{1}{x}$

d) $y = \ln\sqrt{\frac{3x^2-4}{3x^2+4}}$

e) $y = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^x$

Тема № 6. Неопределенный интеграл

Вопросы для самопроверки

1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
2. Свойства интегралов. Интегралы основных элементарных
3. функций.
4. Основные методы интегрирования.
5. Интегрирование некоторых классов функций

Тестовые задания

1. Что называется интегрированием:

а) операция нахождения интеграла б) преобразование выражения с интегралами в) операция нахождения производной г) предел приращения функции к приращению её аргумента

2. Что является сегментом интегрирования?

а) круговая область, где интеграл существует б) промежуток, на котором необходимо проинтегрировать функцию в) корни существования подынтегральной функции г) подынтегральная функция

3. До применения формулы Ньютона - Лейбница применяли данный метод, в данный момент он не используется, но является основным:

а) метод сведения к табличным интегралам б) метод определения интеграла, т.е. переход к пределу интегральных сумм в) метод геометрических преобразований г) метод Дирихле.

4.С помощью, какой формулы, в основном, решаются задания по нахождению определенного интеграла:

а) формулы Римана б) формулы Коши в) используя формулы преобразования интеграла г) формулы Ньютона - Лейбница.

5.Чему равен неопределенный интеграл от 0?

а) 0 б) 1 в) x г) const C

6. Когда применяется метод интегрирования неопределенных интегралов по частям?

а) когда функция имеет квадратный корень б) не применяется данный метод нигде в) когда подынтегральное выражение содержит множители функций ln(x); arccos(x); arcsin (x) г) функция гиперболическая.

7. С помощью какой универсальной подстановкой рационализируется тригонометрическая функция:

а) t=tg(x/2) б) t=sin(2x) в) t=tg(x) г) t=cos(x+2).

8. Чему равен неопределенный интеграл от 1?

а) x+C б) 0 в) 1+C г) const C.

9. Для чего используют метод замены переменной (метод подстановки) интеграла?

а) свести исходный интеграл к более простому с помощью перехода от старой переменной интегрирования к новой переменной б) просто необходимо выполнить какие-нибудь преобразования в) для усложнения подынтегральной функции г) для того, чтобы потом можно было бы использовать метод Римана.

10. К методам интегрирования относятся:

а) интегрирование по частям

б) метод нелинейной подстановки

в) метод линейной подстановки

г) метод Гаусса

д) дифференцирование

Компетентностно-ориентированные задачи

Найти интегралы непосредственным интегрированием, используя свойства и таблицу интегралов:

1.1. а) $\int (6x^2 + 8x + 3)dx$; **б)** $\int \frac{dx}{x^2+7}$; **в)** $\int (\sqrt{x}+1)\cdot(x-\sqrt{x}+1)dx$.

1.2. а) $\int \frac{2x+3}{x^4}dx$; **б)** $\int \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$; **в)** $\int \frac{(1-x)^2}{x\cdot\sqrt{x}}dx$.

1.3. а) $\int (2x + 3\cos x)dx$; **б)** $\int \frac{dx}{7x^2-8}$; **в)** $\int \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{x})^2}{\sqrt{a\cdot x}}dx$.

1.4. а) $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}}dx$; **б)** $\int \frac{dx}{\sqrt{7-5x^2}}$; **в)** $\int \frac{\cos^2 x + 3\cos x - 2}{\cos^2 x}dx$.

1.5. а) $\int \left(\frac{x^2-9}{x^2-8}\right)dx$; **б)** $\int \frac{\sqrt{2+x^2}-\sqrt{2-x^2}}{\sqrt{4-x^4}}dx$; **в)** $\int tg^2 x dx$.

1.6. а) $\int \frac{(1+2x^2)\cdot dx}{x^2\cdot(1+x^2)}$; **б)** $\int \frac{3\cdot 2^x - 2\cdot 3^x}{2^x}dx$; **в)** $\int \left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^2 dx$.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Интегрирование дробно - рациональных функций.
2. Интегрирование иррациональных функций.
3. Интегрирование тригонометрических функций.

Тема № 7. Определенный интеграл. Применение определенного интеграла

Вопросы для самопроверки

1. 1. Понятие определенного интеграла и его геометрический смысл.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Формула Ньютона – Лейбница.
4. Замена переменной и метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
5. Геометрическое приложение определенного интеграла

Компетентностно-ориентированные задачи

Вычислить следующие интегралы:

а) $\int_{3}^{8}\sqrt{x+1}dx$; **б)** $\int_{0}^{\pi/2}\sin x\cdot\cos^2 xdx.$; **в)** $\int_{0}^{4}\frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$.

а) $\int_{0}^{1}\frac{dx}{\sqrt{4-3x}}$; **б)** $\int_{0}^{\sqrt{3}} x\cdot\sqrt{1+x^2}dx.$; **в)** $\int_{2}^{3} x\ln(x-1)dx.$.

а) $\int_{1}^{e}\frac{1+\ln x}{x}dx.$; **б)** $\int_{0}^{\pi}(x+2)\cos\frac{x}{2}dx$; **в)** $\int_{0}^{1}\frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1}dx$.

а) $\int_{1}^{\sqrt{2}}\frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$; **б)** $\int_{1}^{e}\frac{\ln^2 x}{x^2}dx.$; **в)** $\int_{-1}^{0}\frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$.

а) $\int_{1}^{e^3}\frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$; **б)** $\int_{0}^{\ln 2}\sqrt{e^x-1}dx$; **в)** $\int_{2}^{3}\frac{2x^4-5x^2+3}{x^2-1}dx$.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Теорема существования определенного интеграла
2. Теорема об интеграле с переменным верхним пределом (теорема Барроу)
3. Применение определенного интеграла к вычислению объемов тел вращения.
4. Несобственные интегралы 1 и 2 рода.

Тема № 8. Дифференциальные уравнения первого порядка

Вопросы для самопроверки

1. Понятие дифференциального уравнения. Уравнение с разделяющимися. переменными.
2. Однородные ДУ 1 порядка.
3. Линейные ДУ 1 порядка.
4. Уравнение Бернулли.
5. ДУ в полных дифференциалах

Тестовые задания

1. Укажите тип дифференциального уравнения (2x +1)y′ + y = x :

а) с разделяющимися переменными; б) однородное; в) линейное; г) Бернулли; д) в полных дифференциалах; е) другой тип.

2.Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите уравнение с разделяющимися переменными:

а) $2xyy'-y^2+x=0$; б) $y'+y\cos x=0$; в) $(1-x)(y'+y)=e^{-x}$;

г) $xy'=y(1+\ln x-\ln y)$; д) $xy''=y'$.

3. Обыкновенным дифференциальным уравнением называется:

а) уравнение, связывающее независимую переменную x, искомую функцию

$y = y(x)$ б) уравнение, связывающее независимую переменную x, искомую функцию $y = y(x)$ и производные искомой функции до некоторого порядка включительно в) уравнение, связывающее независимую переменную x и производные искомой функции до некоторого порядка включительно

4. Порядком дифференциального уравнения называется:

а) порядок наивысшей производной, входящей в уравнение б) порядок аргумента, входящего в уравнение в) порядок функции, входящей в уравнение

5. Решением дифференциального уравнения называется?

а) всякая функция, которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество б) всякая переменная, обращающая уравнение в тождество в) всякая постоянная, обращающая уравнение в тождество

6.Общим решением дифференциального уравнения называется …

а) постоянная C, которая удовлетворяет начальным условиям уравнения б) любая функция $y = y(x, C)$ в) функция $y = y(x, C)$, которая при любом постоянном значении С удовлетворяет уравнению

7. Частным решением дифференциального уравнения первого порядка называется 1) любое решение при некотором вполне определенном значении постоянной С б) такое решение, которое получается из общего решения $y = y(x, C)$ при некотором вполне определенном значении постоянной С в) такое решение, которое получается из общего решения $y = y(x, C)$ при любом значении постоянной С

8. График любого частного решения дифференциального уравнения называется а) интегральной кривой б) криволинейной трапецией в) производной кривой г) интегральной прямой

9. Однородные уравнения первого порядка решаются с помощью …

а) подстановки у ¢=xz б) подстановки y=xz в) подстановки у ¢= z г) подстановки у ¢=x+z

10. Задача отыскания решения ДУ первого порядка, удовлетворяющего начальному условию, называется...

а) задачей Коши

б) задачей Бернулли

в) задачей Вронского

Компетентностно-ориентированные задачи

Уравнения с разделёнными переменными

1. Решить уравнение $ydy = xdx$, если $x = -2$, $y = 4$;

2. $3y^2dy = xdx$, если $x = 0$, $y = 1$;

3. Решить уравнение $3y^2dy = x^2dx$, если $x = 3$, $y = 1$.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Понятие линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянным и коэффициентами.
2. Однородные и неоднородные уравнения.

Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины

Основная учебная литература

1. Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов очной формы обучения бакалавриата 1 курса всех направлений. Базовый уровень сложности/ — Электрон. текстовые данные.— Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018.— 216 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/70267.html.— ЭБС «IPRbooks»

2. Кузнецов Б.Т. Математика [Электронный ресурс] : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления / Б.Т. Кузнецов. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 719 c. — 5-238-00754-X. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/71018.html

Дополнительная учебная литература

1. Савчук С.Б. Математика [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов-бакалавров / С.Б. Савчук. — Электрон. текстовые данные. — Краснодар, Саратов: Южный институт менеджмента, Ай Пи Эр Медиа, 2017. — 129 c. — 978-5-93926-296-5. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/66849.html

2. Математика : учебное пособие / Р. П. Шепелева, Н. И. Головко, Б. Н. Иванов [и др.]. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 194 c. — ISBN 978-5-4486-0107-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/70267.html . — Режим доступа: для авторизир. пользователей

3. Громов, А. И. Математика : учебное пособие / А. И. Громов, Н. А. Пыхтина. — Москва : Российский университет дружбы народов, 2018. — 256 c. — ISBN 978-5-209-08562-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/104217.html . — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

Ресурсы информационно - телекоммуникационной сети «Интернет», необходимые для освоения дисциплины

1 http://www.kvant.info. Научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов.
2 http://www.exponenta.ru. Центр инженерных технологий и моделирования.
3 http://www.mce.su Образование компьютер математика.