

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ворошилова Ольга Леонидовна

Должность: Ректор

Дата подписания: 17.02.2023 17:07:59

Уникальный программный идентификатор: 4cf44b5e98f1c61f6308024618ad72153c8a582b453ec495cc805a1a2d739deb

Администрация Курской области

Государственное образовательное автономное учреждение
высшего образования Курской области

«Курская академия государственной и муниципальной службы»

Кафедра философии, социально-правовых и естественнонаучных дисциплин

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по
учебно-методическому
обеспечению

Никитина Е.А.

« 31 » августа 2021 г.

Математика в экономике

Методические рекомендации для самостоятельной работы,
в том числе для подготовки к практическим занятиям,
студентов направления подготовки 38.05.02 «Таможенное дело»
очной и заочной формы обучения

Курск 2021

ПРЕДИСЛОВИЕ

Методические рекомендации разработаны с целью оказания помощи студентам направления подготовки 38.05.02 «Таможенное дело» очной и заочной форм обучения при самостоятельной подготовке к занятиям по дисциплине «Математика в экономике».

Методические рекомендации разработаны в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования направления подготовки 38.05.02 «Таможенное дело», утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 1453 от 25 ноября 2020 года.

Предлагаемые методические рекомендации содержат перечень теоретических тем и задания для самопроверки, которые необходимо выполнить при самостоятельной подготовке к каждому занятию.

К темам приводится список литературы, в котором можно найти ответы на поставленные вопросы теории дисциплины.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Основными видами аудиторной работы студента при изучении дисциплины «Математика в экономике» являются лекции и практические занятия. Студент не имеет права пропускать занятия без уважительных причин.

На лекциях излагаются и разъясняются основные понятия темы, связанные с ней теоретические и практические проблемы, даются рекомендации для самостоятельной работы. В ходе лекции студент должен внимательно слушать и конспектировать материал.

Изучение наиболее важных тем или разделов дисциплины завершают практические занятия, которые обеспечивают контроль подготовленности студента; закрепление учебного материала; приобретение опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, в том числе аргументации и защиты выдвигаемых положений и тезисов.

Практическому занятию предшествует самостоятельная работа студента, связанная с освоением материала, полученного на лекциях, и материалов, изложенных в учебниках и учебных пособиях, а также литературе, рекомендованной преподавателем.

По согласованию с преподавателем или по его заданию студенты готовят рефераты по отдельным темам дисциплины, выступают на занятиях с докладами. Основу докладов составляет, как правило, содержание подготовленных студентами рефератов.

Качество учебной работы студентов преподаватель оценивает по результатам тестирования, собеседования, решению ситуационных задач и кейсов, а также по результатам докладов.

Преподаватель уже на первых занятиях объясняет студентам, какие формы обучения следует использовать при самостоятельном изучении дисциплины: конспектирование учебной литературы и лекции, составление словарей понятий и терминов и т. п.

В процессе обучения преподаватели используют активные формы работы со студентами: чтение лекций, привлечение студентов к творческому процессу на лекциях, отработку студентами пропущенных лекций, участие в групповых и индивидуальных консультациях (собеседовании). Эти формы способствуют выработке у студентов умения работать с учебником и литературой. Изучение литературы составляет значительную часть самостоятельной работы студента. Это большой труд, требующий усилий и желания студента. В самом начале работы над книгой важно определить цель и направление этой работы. Прочитанное следует закрепить в памяти. Одним из приемов закрепления освоенного материала является конспектирование, без которого немислима серьезная работа над литературой. Систематическое конспектирование помогает научиться правильно, кратко и четко излагать своими словами прочитанный материал.

Самостоятельную работу следует начинать с первых занятий. От занятия к занятию нужно регулярно прочитывать конспект лекций, знакомиться с соответствующими разделами учебника, читать и конспектировать литературу по каждой

теме дисциплины. Самостоятельная работа дает студентам возможность равномерно распределить нагрузку, способствует более глубокому и качественному освоению учебного материала. В случае необходимости студенты обращаются за консультацией к преподавателю по вопросам дисциплины с целью освоения и закрепления компетенций.

Основная цель самостоятельной работы студента при изучении дисциплины - закрепить теоретические знания, полученные в процессе лекционных занятий, а также сформировать практические навыки самостоятельного анализа особенностей дисциплины.

Задания для самопроверки

Тема № 1 Матрицы и определители. Решение систем линейных уравнений

Вопросы для самопроверки

1. Алгебраические операции над матрицами. Определители второго, третьего и n - го порядков.
2. Основные сведения о матрицах. Действия над матрицами.
3. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.
4. Обратная матрица. Ранг матрицы.
5. Системы линейных алгебраических уравнений, исследование на совместность

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача. Найдите решение ЛСУ с помощью обратной матрицы

$$a) \begin{cases} 3x + 2y + 2z = 5; \\ x + 3y + z = 1; \\ 5x + 3y + 4z = 0; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 3x + 4y = 11; \\ 5y + 6z = 28; \\ x + 2z = 7. \end{cases}$$

Тестовые задания

Укажите все варианты правильных ответов

1. Матрицы A и B равны, если:
а) количества элементов матриц A и B совпадают б) размеры матриц A и B совпадают в) все соответствующие элементы матриц A и B равны г) определители матриц A и B равны д) матрицы A и B симметричны
2. Укажите свойства определителей:
а) определитель матрицы равен нулю, если все элементы какой-либо ее строки (столбца) равны нулю б) определитель не изменится, если к элементам некоторой строки (столбца) матрицы прибавить соответствующие элементы другой ее строки (столбца), умноженные на любое число в) определитель не изменится, если транспонировать матрицу г) при перестановке двух строк (столбцов) матрицы определитель поменяет знак д) определитель диагональной матрицы равен произведению всех ее диагональных элементов.
3. Установите соответствие

ОПЕРАЦИЯ	ДЕЙСТВИЕ
1) сложение матриц;	а) умножение всех элементов матрицы на число;
2) вычитание матриц;	б) умножение одной из строк матрицы на число;
3) умножение матрицы на число.	в) сложение соответствующих элементов матриц;
	г) вычитание соответствующих элементов матриц;
	д) умножение одного из столбцов матрицы на число.

4. Укажите соответствием между действиями над матрицами и результатом

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ и } C = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 8 & -5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} :$$

ДЕЙСТВИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
1) $A+C$;	а) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 6 & 5 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$;
2) $2B-A$;	б) $\begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$;
3) $2C+3B$	в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \\ -6 & 20 \end{bmatrix}$;
	г) $\begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 10 & -4 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$;
	д) $\begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 28 & -1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$.

5. Установите соответствие

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \text{ и } D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} :$$

ДЕЙСТВИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
1) $B \cdot A$;	а) $\begin{bmatrix} 68 & 2 \\ 18 & 6 \\ -10 & -2 \end{bmatrix}$;
2) $D \cdot A$;	б) $\begin{bmatrix} 8 & 3 & 11 \\ 14 & 12 & 17 \end{bmatrix}$;
3) $2A \cdot B$.	в) $\begin{bmatrix} 68 & 2 \\ 34 & -6 \end{bmatrix}$;
	г) $\begin{bmatrix} 34 & 1 \\ 17 & -3 \end{bmatrix}$;
	д) $\begin{bmatrix} 16 & 12 & 20 \\ 8 & 3 & 11 \\ 10 & 9 & 12 \end{bmatrix}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} :$$

6. Установите соответствие для матрицы

ДЕЙСТВИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
----------	-----------

1) $-A^T$; 2) A^{-1} ; 3) A^2 .	РЕЗУЛЬТАТ а) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$; б) $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$; в) $\begin{bmatrix} 0,2 & 0,2 \\ -0,4 & 0,6 \end{bmatrix}$; г) $\begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$; д) $\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$.
--	--

$$\begin{cases} 3x - 4y + z = 0, \\ 2x + y - 3z - 5 = 0, \\ x - 2y + z = 0. \end{cases}$$

7. Дана система уравнений _____ установите соответствие

ХАРАКТЕРИСТИКИ	ЗНАЧЕНИЯ
1) определитель основной матрицы системы;	а) 0; б) 1; в) 2; г) 3;
2) количество решений системы.	д) бесконечное множество

Выберите один ответ:

8. Сумма модулей всех значений переменных, которые образуют решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 4, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_4 = -2, \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = -7, \end{cases} \text{ равна:}$$

- а) 2;
- б) 8;
- в) 28;
- г) 4;
- д) 0.

9. Если система линейных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 25, \\ 4x_1 + 6x_2 + x_3 - 2x_4 = -3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 - x_4 = -10, \end{cases}$$

то произведение всех значений переменных, которые образуют ее решение, равно :

- а) 2 б) 1 в) 4 г) 3

10. Если система линейных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_2 - x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 16, \end{cases}$$

то абсолютная величина суммы всех значений переменных, которые образуют ее решение, равна _____.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Особенности выполнения операций над матрицами: сложение, вычитание.
2. Умножение матрицы на число, возведение в степень.
3. Умножение матриц.
4. Вычисление определителей более высоких порядков. Теорема Лапласа.
5. Различные способы нахождения обратной матрицы: метод присоединенной матрицы, метод элементарных преобразований.
6. Различные способы решения систем линейных уравнений: формулы Крамера.
7. Метод Гаусса, метод обратной матрицы.

Задания для самостоятельной работы

Задача: Решить систему линейных уравнений тремя способами

$$\begin{cases} 4x_1 + 7x_2 - 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 = 8, \\ -x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$$

Задача. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 5. \end{cases}$$

Тема № 2. Векторы, основные определения. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов

Вопросы для самопроверки

1. Вектор на плоскости и в пространстве.
2. N-мерный вектор и векторное пространство
3. Действия над векторами.
4. Проекция вектора, длина и направляющие косинусы вектора
5. Скалярное произведение векторов.
6. Векторное и смешанное произведение векторов.

Компетентностно-ориентированные задачи

Даны векторы $\vec{a} = \{1; -2; 2\}$ и $\vec{b} = \{3; 0; -4\}$. Найти площадь параллелограмма, построенного на этих векторах.

Вопросы дискуссии

1. Линейные операции
2. Радиус-вектор
3. Свойства линейных операций над векторами
4. Разложение вектора по базису
5. Линейная зависимость векторов
6. Переход от одного векторного базиса к другому.

Тестовые задания

Установите соответствие

1. Основные понятия и определения:

ПОНЯТИЕ	ОПРЕДЕЛЕНИЕ
1) вектор;	а) отрезок, начало и конец которого совпадают;
2) нуль-вектор;	б) направленный отрезок;
3) единичный вектор;	в) векторы, лежащие в параллельных плоскостях (или в одной плоскости);
4) коллинеарные векторы;	г) вектор, длина которого равна единице;
5) компланарные векторы.	д) векторы, лежащие на параллельных прямых (или на одной прямой); е) векторы, лежащие в пересекающихся плоскостях; ж) векторы, лежащие на перпендикулярных прямых

2. Скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{3; 4; 1\}$ и $\vec{b} = \left\{\frac{1}{2}; -2; 1\right\}$ равно:
а) 5 б) -8 в) -5,5 г) -5.

3. Из векторов $\vec{a}\{3; -1; 1,5\}$, $\vec{b}\{-6; 2; -3\}$, $\vec{c}\{-4; 2; 4\}$, $\vec{d}\{2; -1; 0\}$ параллельны:
а) \vec{a} и \vec{b} б) \vec{a} и \vec{d} в) \vec{a} и \vec{c} г) \vec{b} и \vec{d} .

4. Линейная комбинация $2a_1 - 3a_2 + 6a_3$ векторов a_1, a_2, a_3 , если:
 $a_1 = (2, 1, 2, 1)$, $a_2 = (-2, -2, 3, 4)$, $a_3 = (-3, 0, 0, 1)$ равна _____

5. Даны вершины треугольника А (-7,4) В(-5,2), С(6, -3). Координаты середин всех сторон треугольника равны _____

6. Даны векторы $a = (4, 3)$, $b = (2, -1)$. Вычислить длину вектора a и орт вектора b

7. Даны векторы $a = (4, 3)$, $b = (2, -1)$. При каком α векторы a и $m = (\alpha, 4)$ коллинеарны

8. Даны векторы $a = (3, -2, 4)$, $b = (6, -3, 2)$, $c = (2, 1, -1)$. Их векторное произведение равно _____

9. Площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b , если: $a = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ и $b = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$ равна _____

10. Площадь треугольника с вершинами А, В и С и высота ВН, если: А(7,3,4), В(1,0,6), С(4,5,-2) соответственно равны _____

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Направляющие косинусы
2. Преобразование координат базисных вектор при повороте прямоугольной системы координат
3. Векторное пространство

Задания для самостоятельной работы

Задача. Даны координаты вершин пирамиды $A_1 (8; 6; 4)$, $A_2 (10; 5; 5)$, $A_3 (5; 6; 8)$, $A_4 (8; 10; 7)$.
Найти:

- 1) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;
- 2) площадь грани $A_1A_2A_3$;
- 3) объем пирамиды;
- 4) уравнения прямой A_1A_2 ;
- 5) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;
- 6) уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$

Тема № 3. Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве

Вопросы для самопроверки

1. Прямая на плоскости.
2. Метод координат на плоскости.
3. Уравнение линии, уравнение прямой
4. Основные задачи на плоскости.
5. Прямая и плоскость в пространстве

Компетентностно-ориентированные задачи

1. Дан треугольник ABC с вершинами A(6;5), B(5;-4), C(-5;4). Найти:
 - 1) уравнение прямой AB;
 - 2) уравнение CN, опущенной из вершины;
 - 3) уравнение медианы AM, проведенной из вершины A

Тестовые задания

1. Дано уравнение плоскости α : $x - 3y + 5 = 0$. Укажите вектор нормали для нее

- a) $\vec{N} = (1; 0; -3)$
- б) $\vec{N} = (1; -3; -5)$
- в) $\vec{N} = (1; -3; 0)$
- г) $\vec{N} = (1; 3; 0)$

2. Уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(1;0;-2)$ параллельно вектору $\vec{s} = (1; -2; 3)$, имеет вид:

1. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{3}$
2. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-2}{-2}$
3. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{3}$
4. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{3}$

3. Найти косинус острого угла между плоскостями α и β , где $\alpha: x-3y+z-1=0$,
 $\beta: x+z-1=0$

- a) $\frac{1}{\sqrt{22}}$
- b) $\frac{2}{\sqrt{22}}$
- c) $\frac{3}{\sqrt{22}}$
- d) $\frac{4}{\sqrt{22}}$

4. Дано уравнение плоскости $\alpha: 2x+y+z-2=0$. Из перечисленных уравнений выберите то, которое определяет перпендикулярную к α плоскости:

1. $-x+2y-2=0$
2. $-x+2z-2=0$

$$3. -x+2y-2z=0$$

$$4. -x+2y+2z=0$$

5. Соответствие между уравнением плоскостей и точками, которые лежат в этих плоскостях

$$1. 2x+y-3z+2=0$$

$$2. 2y-z-3x=0$$

$$3. x+y-z=0$$

$$4. x+2y+z-4=0$$

$$a) (-1;0;0)$$

$$b) (0;0;0)$$

$$c) (1;1;0)$$

$$d) (1;1;1)$$

6. Уравнением плоскости в «отрезках» проходящей через точки $A(2;0;0)$, $B(0;0;1)$ и $C(0; 3;0)$ является

$$1. x+6y+2z-6=0$$

$$2. 2x+3y+z=0$$

$$3. \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$$

$$4. \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$$

8. Уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;0;-1)$ перпендикулярно плоскости $2x+3y-z+5=0$, имеет вид:

$$a) \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$$

$$b) \frac{x+2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$$

$$c) \frac{x+2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{5}$$

$$d) \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{-z+1}{-1}$$

8. Прямые а и б пересекаются. Как расположены прямые а и потносительно друг друга, если $n//b$?

1) скрещиваются, либо пересекаются.

2) скрещиваются, либо параллельны.

3) пересекаются, либо параллельны.

4) совпадают, либо пересекаются.

1. Укажите ошибочное утверждение:

Плоскость и притом только одну можно провести через...

1) ... две пересекающиеся прямые.

2) ... две параллельные прямые.

3) ... две скрещивающиеся прямые.

4) ... прямую и не лежащую на ней точку.

10. Из плоскостей 1) $3x-2y+4=0$ 2) $y+z+1=0$ 3) $x-3y+z=0$ параллельны только оси Ох

a) только 2)

b) только 1)

c) ни одна

d) только 1)

e) только 3)

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Взаимное расположение прямой и плоскости.
2. Координатное пространство. Уравнение поверхности
3. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку параллельно двум неколлинеарным векторам
4. Пучок плоскостей

Задания для самостоятельной работы

Задача. Прямые $x-3y+3=0$ и $3x+5y+9=0$ являются сторонами параллелограмм, а точка $P(34; -1)$ – точкой пересечения его диагоналей. Составить уравнения двух других сторон параллелограмм. Сделать чертеж.

Тема № 4. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола

Вопросы для самопроверки

2. Кривые второго порядка.
3. Поверхности второго порядка.
4. Уравнения эллипса, гиперболы и окружности

Компетентностно-ориентированные задачи

1. Парабола с вершиной в начале координат проходит через точку $A(-2; -3)$ и симметрична относительно оси Ox . Написать ее уравнение, найти фокус и директрису.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Канонический вид кривой второго порядка.
2. Геометрические свойства эллипса
3. Исследование формы параболы по ее уравнению.
4. Геометрические свойства параболы

Задания для самостоятельной работы

Задача. Составить уравнение множества точек, для каждой из которых разность расстояний до точек $A(0,10)$ и $O(0,0)$ равна 8.

Тема № 5. Предел функции. Производная функции

Вопросы для самопроверки

2. Предел функции в точке. Вычисление пределов.
3. Предел функции на бесконечности и в точке.
4. Основные теоремы о пределах.
5. Первый и второй замечательные пределы.
6. Понятие производной.
7. Основные правила дифференциального исчисления.
8. Производная функции. Правила дифференцирования.
8. Производная сложной функции. Дифференциал функции.
9. Дифференцирование функции, заданной неявно и параметрически

Компетентностно-ориентированные задачи

Найти производные

$$\begin{aligned} 1) y &= 3x^2 - 2x + 1, & 2) y &= \frac{x^3}{3} - 5x^2 + 4x - 3, & 3) y &= \frac{3}{\sqrt[3]{x}}, \\ 4) y &= \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + 5x, & 5) y &= x + 2\sqrt{x} - 3, & 6) y &= \sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[3]{4}, \\ 7) y &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}, & 8) y &= 4\sqrt[4]{x} - 5\sqrt[5]{x}, & 9) y &= \sqrt{x}(x^3 - \sqrt{x} + 1), \\ 10) y &= x^4 + \frac{x^3}{3} - 2.5x^2 + x - 2. \end{aligned}$$

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Непрерывность функций. Классификация точек разрыва
2. Производные сложной и обратной функции.
3. Логарифмическое дифференцирование.
4. Экстремумы функций нескольких переменных.
5. Глобальные и локальные экстремумы

Задания для самостоятельной работы

Задача. Вычислить пределы.

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 10x + 25} & & 4) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{1-x} - 2}{4 - \sqrt{1-5x}} \\ 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^3 + 5x - 1} & & 5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} \\ 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x + 1}{4x - 3} \right)^{1-2x} & & \end{aligned}$$

Задача. Исследовать функцию на непрерывность. Определить тип точек разрыва. Построить график функции.

$$y = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ x^2 + 1, & -1 \leq x \leq 2. \\ x - 1, & x > 2 \end{cases}$$

Задача. Найти производную функции $y = -\frac{5}{4x-3}$, используя определение производной

Задача. Найти производные первого порядка, используя правила нахождения производных.

$$\begin{aligned} a) y &= \frac{3x-1}{\sqrt[3]{x^3+9x-1}} \\ b) y &= (5^{tg 2x} - x^2)^3 \\ c) y &= \ln \arccos \frac{1}{x} \\ d) y &= \ln \sqrt{\frac{3x^2-4}{3x^2+4}} \\ e) y &= \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^x \end{aligned}$$

Тема № 6. Неопределенный интеграл

Вопросы для самопроверки

1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла.

2. Свойства интегралов. Интегралы основных элементарных функций.
3. Основные методы интегрирования.
4. Интегрирование некоторых классов функций

Компетентностно-ориентированные задачи

Найти интегралы непосредственным интегрированием, используя свойства и таблицу интегралов:

1.1. а) $\int (6x^2 + 8x + 3)dx;$	б) $\int \frac{dx}{x^2 + 7};$	в) $\int (\sqrt{x} + 1) \cdot (x - \sqrt{x} + 1)dx.$
1.2. а) $\int \frac{2x+3}{x^4} dx;$	б) $\int \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}};$	в) $\int \frac{(1-x)^2}{x \cdot \sqrt{x}} dx.$
1.3. а) $\int (2x + 3 \cos x)dx;$	б) $\int \frac{dx}{7x^2 - 8};$	в) $\int \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{x})^2}{\sqrt{a} \cdot x} dx.$
1.4. а) $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx;$	б) $\int \frac{dx}{\sqrt{7-5x^2}};$	в) $\int \frac{\cos^2 x + 3 \cos x - 2}{\cos^2 x} dx.$
1.5. а) $\int \left(\frac{x^2 - 9}{x^2 - 8} \right) dx;$	б) $\int \frac{\sqrt{2+x^2} - \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{4-x^4}} dx;$	в) $\int \operatorname{tg}^2 x dx.$
1.6. а) $\int \frac{(1+2x^2) \cdot dx}{x^2 \cdot (1+x^2)};$	б) $\int \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx;$	в) $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx.$

Вопросы для мозгового штурма

1. Что является основной задачей интегрального исчисления
2. Чем отличается неопределенный интеграл от первообразной функции?
3. Как расположены касательные к интегральным кривым в точках, имеющих одну и ту же абсциссу?
4. Как определить постоянную интегрирования по начальным данным?
2. В чем заключается формула замены переменной интегрирования в определенном интеграле?

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Интегрирование дробно - рациональных функций.
2. Интегрирование иррациональных функций.
3. Интегрирование тригонометрических функций.

Задания для самостоятельной работы

а). $\int \frac{x^4}{\sqrt{x^{10} - 25}} dx;$ б). $\int x^2 \ln(x^2 + 1) dx;$ в). $\int \frac{dx}{3 - 4 \cos x};$

д). $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{(x+3)^2}};$ е). $\int \frac{x^3 - 2x^2 + x + 2}{x^3 - 2x^2} dx$

Тема № 7. Определенный интеграл. Применение определенного интеграла

Вопросы для самопроверки

1. Понятие определенного интеграла и его геометрический смысл.
2. Свойства определенного интеграла.

3. Формула Ньютона – Лейбница.
4. Замена переменной и метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
5. Геометрическое приложение определенного интеграла

Компетентностно-ориентированные задачи

Вычислить следующие интегралы:

$$\begin{array}{lll}
 \text{а)} \int_3^8 \sqrt{x+1} dx; & \text{б)} \int_0^{\pi/2} \sin x \cdot \cos^2 x dx; & \text{в)} \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}. \\
 \text{а)} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}; & \text{б)} \int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \sqrt{1+x^2} dx; & \text{в)} \int_2^3 x \ln(x-1) dx. \\
 \text{а)} \int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx; & \text{б)} \int_0^{\pi} (x+2) \cos \frac{x}{2} dx; & \text{в)} \int_0^1 \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx. \\
 \text{а)} \int_1^{\sqrt{2}} \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}; & \text{б)} \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x^2} dx; & \text{в)} \int_{-1}^0 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}. \\
 \text{а)} \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}; & \text{б)} \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x-1} dx; & \text{в)} \int_2^3 \frac{2x^4-5x^2+3}{x^2-1} dx.
 \end{array}$$

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Теорема существования определенного интеграла
2. Теорема об интеграле с переменным верхним пределом (теорема Барроу)
3. Применение определенного интеграла к вычислению объемов тел вращения.
4. Несобственные интегралы 1 и 2 рода.

Задания для самостоятельной работы

. Вычислить:

1	площадь области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x$, $y = x$.
2	площадь фигуры, ограниченной линиями: $x \cdot y = 4$, $y = x$, $x = 4$.
3	длину дуги $y = 3 \cos^3 t$, $x = 3 \sin^3 t$, при $0 \leq t \leq \pi/2$.
4	площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 4x$, $y = x + 4$.

Тема № 8. Дифференциальные уравнения первого порядка

Вопросы для самопроверки

1. Понятие дифференциального уравнения. Уравнение с разделяющимися переменными.
2. Однородные ДУ 1 порядка.
3. Линейные ДУ 1 порядка.
4. Уравнение Бернулли.
5. ДУ в полных дифференциалах

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача: Решить уравнение:

$$y' = \frac{2xy}{x^2 + y^2}, \quad y(0) = -1.$$

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Понятие линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянным и коэффициентами.
2. Однородные и неоднородные уравнения.

Задания для самостоятельной работы

Найдите общие решения дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными:

- а) $xy' + y = 0$; б) $x^2y' + y = 0$; в) $(x + 1)y' + xy = 0$;
г) $(2x + 1)y' = 2y$; д) $yy' + x = 0$; е) $xyy' = 1 - x^2$.

Тема № 9. «Элементы математической статистики»

Вопросы для самопроверки

1. Основные понятия математической статистики
2. Основные понятия выборочного метода
3. Выборочное распределение
4. Эмпирическая функция распределения, гистограмма

Вопросы для дискуссии

3. Задачи математической статистики
4. Описательная статистика
5. Вариационный и статистический ряды
6. Дискретный статистический ряд

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача. Согласно американским статистическим таблицам смертности, вероятность того, что 25-летний человек проживет еще один год, равна 0,992 (следовательно, вероятность того, что он умрет, равна 0,008). Страховая компания предлагает такому человеку застраховать свою жизнь на год на сумму 1000\$; страховой взнос равен 10\$. Найти математическое ожидание прибыли компании.

Задача. Случайная величина X – время полёта пассажирского самолёта из пункта А в пункт В. Величина X имеет распределение от 10 мин до 40 мин. Найти математическое ожидание, дисперсию, вероятность того, что полёт займёт более 20 мин и менее 18 мин.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Сформулируйте основные задачи математической статистики.
2. Что такое генеральная совокупность.
3. Что такое выборка. Какие требования предъявляются к выборке.
4. Как изобразить графически сгруппированные данные.
5. Как построить график выборочной функции распределения.
6. Как построить гистограмму. Что она характеризует?
7. Что такое относительная частота события.

8. Чем относительная частота отличается от вероятности события.
9. Дайте определение точечной оценки параметра распределения или числовой характеристики распределения
10. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей двух биномиальных распределений

Задания для самостоятельной работы

Задача 1. Согласно американским статистическим таблицам смертности, вероятность того, что 25-летний человек проживет еще один год, равна 0,992 (следовательно, вероятность того, что он умрет, равна 0,008). Страховая компания предлагает такому человеку застраховать свою жизнь на год на сумму 1000\$; страховой взнос равен 10\$. Найти математическое ожидание прибыли компании.

Задача 2. Случайная величина X – время полёта пассажирского самолёта из пункта А в пункт В. Величина X имеет распределение от 10 мин до 40 мин. Найти математическое ожидание, дисперсию, вероятность того, что полёт займёт более 20мин и менее 18мин.

Тема № 10. «Методы проверки статистических гипотез. Корреляционный анализ. Методы сравнения»

Вопросы для самопроверки

1. Основная задача корреляционного анализа.
2. Показатели корреляции.
3. Расчет парного коэффициента корреляции
4. Критерий для оценки значимости коэффициента корреляции
5. Характеристика взаимосвязи признаков по значению коэффициента корреляции

Тестовые задания

- 1. При идентификации модели производится ... модели**
 - А) проверка адекватности
 - Б) оценка параметров
 - В) статистический анализ и оценка параметров
 - Г) статистический анализ
- 2. Геометрически, математическое ожидание случайной величины – это ... распределения**
 - А) центр
 - Б) мера рассеяния относительно центра
 - В) мера отклонения симметричного от нормального
 - Г) мера отклонения от симметричного
- 3. Если случайные величины независимы, то теоретическая ковариация ...**
 - А) положительная
 - Б) отрицательная
 - В) равна нулю
 - Г) не равна нулю
- 4. Некоррелированность случайных величин означает ...**
 - А) отсутствие линейной связи между ними
 - Б) отсутствие любой связи между ними
 - В) их независимость
 - Г) отсутствие нелинейной связи между ними
- 5. Коэффициенты регрессии (а, b) в выборочном уравнении регрессии определяются методом (ами) ...**
 - А) наименьших квадратов
 - Б) взвешенных наименьших квадратов

В) моментов

Г) градиентными

6. Коэффициент регрессии b показывает ...

А) на сколько единиц в среднем изменяется переменная y при увеличении независимой переменной x на единицу

Б) прогнозируемое значение зависимой переменной при $x = 0$

В) прогнозируемое значение зависимой переменной при $x > 0$

Г) прогнозируемое значение зависимой переменной при $x < 0$

7. Оценка Θ называется состоятельной, если ...

А) имеет минимальную дисперсию по сравнению с выборочными оценками

Б) дает точное значение для малой выборки

В) её математическое ожидание равно оцениваемому параметру

Г) дает точное значение для большой выборки

8. Статистическим критерием называют случайную величину, которая служит для проверки гипотезы ...

А) о зависимости случайных величин, вычисленных по данным выборки

Б) конкурирующей

В) о независимости случайных величин

Г) нулевой

9 Коэффициент регрессии a показывает ...

А) как меняется переменная y при увеличении переменной x на 1%

Б) прогнозируемое значение зависимой переменной при $x = 0$

В) прогнозируемое значение зависимой переменной при $x > 0$

Г) прогнозируемое значение зависимой переменной при $x < 0$

10. Допустимый предел значений средней ошибки аппроксимации ...%

А) не более 8-10

Б) более 10-20

В) не более 10-20

Г) более 8-10

Вопросы для мозгового штурма

1. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.
2. Ранговая корреляция.
3. Приближенный метод проверки нормальности распределения, связанный с оценками коэффициентов асимметрии и эксцесса.
4. Критерий для проверки гипотезы о сравнении двух дисперсий

Вопросы для самостоятельного изучения

11. Сформулируйте основные задачи математической статистики.
12. Что такое генеральная совокупность.
13. Что такое выборка. Какие требования предъявляются к выборке.
14. Как изобразить графически сгруппированные данные.
15. Как построить график выборочной функции распределения.
16. Как построить гистограмму. Что она характеризует?
17. Что такое относительная частота события.
18. Чем относительная частота отличается от вероятности события.
19. Дайте определение точечной оценки параметра распределения или числовой характеристики распределения
20. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей двух биномиальных распределений

Тема № 11. «Метод наименьших квадратов»

Вопросы для самопроверки

1. Смысл обобщенного метода наименьших квадратов
2. Применение обобщенного метода наименьших квадратов для парной регрессии.
3. Применение обобщенного метода наименьших квадратов для множественной регрессии.
4. Проблема и условия идентификации модели
5. Случаи использования косвенного, двухшагового и трехшагового методов наименьших квадратов?
6. Косвенный метода наименьших квадратов.
7. Двухшаговый метод наименьших квадратов

Тестовые задания

2. Предпосылками МНК являются...
 - a. Дисперсия случайных отклонений постоянна для всех наблюдений
 - b. Дисперсия случайных отклонений не постоянна для всех наблюдений
 - c. Случайные отклонения коррелируют друг с другом
 - d. Случайные отклонения являются независимыми друг от друга
3. При выполнении предпосылок метода наименьших квадратов (МНК) остатки уравнения регрессии, как правило, характеризуются...
 - a. Нулевой средней величиной
 - b. Гетероскедстичностью
 - c. Случайным характером
 - d. Высокой степенью автокорреляции
4. При использовании теста Голдфелда-Квандта осуществляется расчет...
 - a. уравнений регрессии по одной исходной упорядоченной выборке наблюдений
 - b. разности сумм квадратов остатков
 - c. отношения сумм квадратов остатков
 - d. уравнений регрессии по двум упорядоченным выборкам наблюдений
5. К методам обнаружения гетероскедастичности остатков относятся
 - a. Критерий Дарбина-Уотсона
 - b. Тест Голдфелда-Квандта
 - c. Графический анализ остатков
 - d. Метод наименьших квадратовОтвет: b, c
6. Какова суть метода наименьших квадратов?
 - a) Искомая функция должна быть построена так, чтобы сумма квадратов отклонений игрек-координат всех экспериментальных точек от игрек-координат графика функции была минимальной.
 - в) Искомая функция должна быть построена так, чтобы сумма квадратов отклонений икс-координат всех экспериментальных точек от икс-координат графика функции была минимальной.
 - с) Искомая функция должна быть построена так, чтобы сумма кубов отклонений игрек-координат всех экспериментальных точек от игрек-координат графика функции была минимальной.
7. Теорема Гаусса-Маркова в эконометрике опирается на:
 - a) Метод наименьших квадратов
 - b) Метод наименьших модулей
 - c) Метод инструментальных переменных
8. МНК автоматически дает _____ для данной выборки значение коэффициента
 - a) терминации R^2 :
 - b) минимальное

- c) максимальное
 - d) среднее
 - e) средневзвешенное
 - f) случайное
9. Метод наименьших квадратов может применяться в случае
- a) только парной регрессии
 - b) только множественной регрессии
 - c) нелинейной и линейной множественной регрессии
 - d) коллинеарной регрессии 2.
10. Метод наименьших квадратов используется для оценивания
- a) параметров линейной регрессии
 - b) величины коэффициента корреляции
 - c) величины коэффициента детерминации
 - d) средней ошибки аппроксимации
11. Параметры модели линейной парной регрессии $y=a+bx$ могут быть найдены
- a) методом скользящей средней
 - b) методом наименьших квадратов
 - c) методом аналитического выравнивания

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача. Экспериментальные данные о значениях переменных x и y приведены в таблице:

1 2 4 6 8

3 2 1 0,5 0

В результате их выравнивания получена функция. Используя метод наименьших квадратов, аппроксимировать эти данные линейной зависимостью (найти параметры a и b). Выяснить, какая из двух линий лучше (в смысле метода наименьших квадратов) выравнивает экспериментальные данные. Сделать чертеж.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Сущность метода наименьших квадратов на примере парной линейной регрессии
2. Условия применения МНК.
3. Свойства оценок наименьших квадратов

Тема № 12. Дисперсионный и регрессионный анализ

Вопросы для самопроверки

2. Основные задачи регрессионного анализа
3. Понятие парной регрессии.
4. Общий вид линейной парной регрессии
5. Оценка значимости параметров уравнения регрессии
6. Расчет коэффициентов корреляции и детерминации.
7. Смысл средней ошибки аппроксимации и ее определение
8. Коэффициент эластичности
9. Концепция F-критерия Фишера

Компетентностно-ориентированные задачи

Задача. Найти выборочные числовые характеристики и выборочное уравнение линейной регрессии $y_x = ax + by_x = ax + b$. Построить прямую регрессии и изобразить на плоскости точки (x, y) из таблицы. Вычислить остаточную дисперсию. Проверить адекватность линейной регрессионной модели по коэффициенту детерминации.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Модель множественной регрессии: описание и применение, типы моделей.
2. Метод наименьших квадратов для множественной регрессии
3. Классическая линейная модель регрессии: основные требования.
4. Условия Гаусса- Маркова.
5. Понятие несмещенности, состоятельности и эффективности оценок.

Тема № 13. Временные ряды

Вопросы для самопроверки

1. Основные элементы временного ряда
2. Определение и количественная оценка автокорреляции уровней временного ряда
3. Экономический смысл коэффициента автокорреляции
4. Основные виды трендов.
5. Интерпретации параметров линейного и экспоненциального трендов
6. Специфика построения моделей регрессии по временным рядам данных
7. Общий вид мультипликативной и аддитивной модели временного ряда
8. Этапы построения мультипликативной и аддитивной модели временного ряда.
9. Критерий Дарбина — Уотсона. Алгоритм его применения для тестирования модели регрессии.

Компетентностно-ориентированные задачи

Описать:

1. Понятие и основные элементы временного ряда.
2. Характеристики временных рядов.
3. Идентификация временных рядов.
4. Моделирование тенденции временного ряда.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Понятие и основные элементы временного ряда.
2. Характеристики временных рядов.
3. Идентификация временных рядов.
4. Моделирование тенденции временного ряда.

Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины

Основная учебная литература

1 Высшая математика для экономистов : учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремер. — 3-е изд. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 481 с. — ISBN 978-5-238-00991-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/74953.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2 Гулай, Т. А. Математика для студентов экономических направлений : учебное пособие / Т. А. Гулай, А. Ф. Долгополова, В. А. Жукова. — Ставрополь : Секвойя, 2019. — 113 с. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/109387.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей

3

4 8.2 Дополнительная учебная литература

5 Выгодчикова, И. Ю. Математические методы в экономике: методы, модели, задачи : учебное пособие / И. Ю. Выгодчикова. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 122 с. — ISBN 978-5-4497-0417-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/90534.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/90534>.

6 Кузнецов Б.Т. Математика [Электронный ресурс] : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления / Б.Т. Кузнецов. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 719 с. — 5-238-00754-X. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71018.html>.

7 Рождественский, К. Н. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии с приложениями в экономике и управлении / К. Н. Рождественский. — Тула : Институт законовещения и управления ВПА, 2018. — 136 с. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/80641.html>. — Режим доступа: для авторизир. Пользователей.

Ресурсы информационно - телекоммуникационной сети «Интернет», необходимые для освоения дисциплины

- 1 <http://www.kvant.info> - Научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов.
- 2 <http://www.exponenta.ru> - Сообщество Экспонента (Модельно-ориентированное проектирование встраиваемых систем, радиолокационные системы, машинное обучение, управление рисками, робототехника).
- 3 <http://www.kvant.info> - Научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов.
- 4 <http://www.exponenta.ru> - Сообщество Экспонента (Модельно-ориентированное проектирование встраиваемых систем, радиолокационные системы, машинное обучение, управление рисками, робототехника).
- 5 <http://www.mce.su> - Материалы международной конференции «Математика. Компьютер. Образование»
<http://www.mce.su> - Материалы международной конференции «Математика. Компьютер. Образование»